**МОДЕЛИРОВАНИЕ**

Модель — способ замещения реального объекта, используемый для его изучения. Впоследствии мы уточним данное определение.

Модель вместо исходного объекта используется в случаях, когда эксперимент опасен, дорог, происходит в неудобном масштабе пространства и времени (долговременен, слишком кратковременен, протяжен…), невозможен, неповторим, ненагляден и т. д. Проиллюстрируем это:

«эксперимент опасен» — при деятельности в агрессивной среде вместо человека лучше использовать его макет; примером может служить луноход;

«дорог» — прежде чем использовать идею в реальной экономике страны, лучше опробовать её на математической или имитационной модели экономики, просчитав на ней все «за» и «против» и получив представление о возможных последствиях;

«долговременен» — изучить коррозию — процесс, происходящий десятилетия, — выгоднее и быстрее на модели;

«кратковременен» — изучать детали протекания процесса обработки металлов взрывом лучше на модели, поскольку такой процесс скоротечен во времени;

«протяжен в пространстве» — для изучения космогонических процессов удобны математические модели, поскольку реальные полёты к звёздам (пока) невозможны;

«микроскопичен» — для изучения взаимодействия атомов удобно воспользоваться их моделью;

«невозможен» — часто человек имеет дело с ситуацией, когда объекта нет, он ещё только проектируется. При проектировании важно не только представить себе будущий объект, но и испытать его виртуальный аналог до того, как дефекты проектирования проявятся в оригинале. Важно: моделирование теснейшим образом связано с проектированием. Обычно сначала проектируют систему, потом её испытывают, потом снова корректируют проект и снова испытывают, и так до тех пор, пока проект не станет удовлетворять предъявляемым к нему требованиям. Процесс «проектирование-моделирование» цикличен. При этом цикл имеет вид спирали — с каждым повтором проект становится все лучше, так как модель становится все более детальной, а уровень описания точнее;

«неповторим» — это достаточно редкий случай, когда эксперимент повторить нельзя; в такой ситуации модель — единственный способ изучения таких явлений. Пример — исторические процессы, — ведь повернуть историю вспять невозможно;

«ненагляден» — модель позволяет заглянуть в детали процесса, в его промежуточные стадии; при построении модели исследователь как бы вынужден описать причинно-следственные связи, позволяющие понять все в единстве, системе. Построение модели дисциплинирует мышление. Важно: модель играет системообразующую и смыслообразующую роль в научном познании, позволяет понять явление, структуру изучаемого объекта. Не построив модель, вряд ли удастся понять логику действия системы. Это означает, что модель позволяет разложить систему на элементы, связи, механизмы, требует объяснить действие системы, определить причины явлений, характер взаимодействия составляющих.

Процесс моделирования есть процесс перехода из реальной области в виртуальную (модельную) посредством формализации, далее происходит изучение модели (собственно моделирование) и, наконец, интерпретация результатов как обратный переход из виртуальной области в реальную. Этот путь заменяет прямое исследование объекта в реальной области, то есть лобовое или интуитивное решение задачи. Итак, в самом простом случае технология моделирования подразумевает 3 этапа: формализация, собственно моделирование, интерпретация.

Поскольку моделирование — способ замещения реального объекта его аналогом, то возникает вопрос: насколько аналог должен соответствовать исходному объекту?

Вариант 1: соответствие — 100%. Очевидно, что точность решения в этом случае максимальна, а ущерб от применения модели минимален. Но затраты на построение такой модели бесконечно велики, так как объект повторяется во всех своих деталях; фактически, создаётся точно такой же объект путём копирования его до атомов (что само по себе не имеет смысла).

Вариант 2: соответствие — 0%. Модель совсем не похожа на реальный объект. Очевидно, что точность решения минимальна, а ущерб от применения модели максимален, бесконечен. Но затраты на построение такой модели нулевые.

Конечно, варианты 1 и 2 — это крайности. На самом деле модель создаётся из соображений компромисса между затратами на её построение и ущербом от неточности её применения. Это точка между двумя бесконечностями. То есть, моделируя, следует иметь в виду, что исследователь (моделировщик) должен стремиться к оптимуму суммарных затрат, включающих ущерб от применения и затраты на изготовление модели.

Ряд моделей может быть недоопределён — это означает, что вариантов ответов много (два, три, сто или бесконечное множество). Если нужен один ответ, то проблему надо доопределять, дополнять условиями. «Недоопределён» означает, что можно произвольно, кроме гипотез, законов, ответа, потребовать дополнительно выполнение ещё каких-то условий. Возможно, при построении модели что-то не было учтено, не хватает каких-то законов. Рецепт понятен: модель надо достроить. Но может быть и по-другому. Решений много и есть, видимо, лучшие решения, и есть похуже. Тогда для нахождения лучшего решения следует сузить область решений, накладывая определённые ограничения, чтобы отсеять остальные. Такие задачи часто называют задачами управления.

Часть определений, которым надо безусловно удовлетворить, называются ограничениями.

Часть определений, относительно которых высказывают только пожелания («быть как можно больше или меньше»), называются критериями.

Модели могут быть:

феноменологические и абстрактные;

активные и пассивные;

статические и динамические;

дискретные и непрерывные;

детерминированные и стохастические;

функциональные и объектные.

Феноменологические модели сильно привязаны к конкретному явлению. Изменение ситуации часто приводит к тому, что моделью воспользоваться в новых условиях достаточно сложно. Это происходит оттого, что при составлении модели её не удалось построить с точки зрения подобия внутреннему строению моделируемой системы. Феноменологическая модель передаёт внешнее подобие.

Абстрактная модель воспроизводит систему с точки зрения её внутреннего устройства, копирует её более точно. У неё больше возможностей, шире класс решаемых задач.

Активные модели взаимодействуют с пользователем; могут не только, как пассивные, выдавать ответы на вопросы пользователя, когда тот об этом попросит, но и сами активируют диалог, меняют его линию, имеют собственные цели. Все это происходит за счёт того, что активные модели могут самоизменяться.

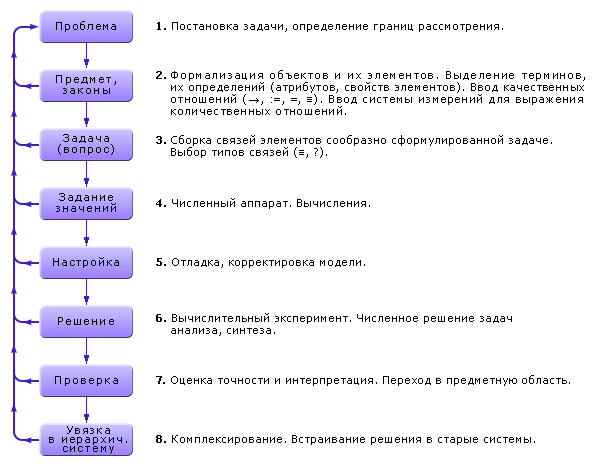
Статические модели описывают явления без развития. Динамические модели прослеживают поведение систем, поэтому используют в своей записи, например, дифференциальные уравнения, производные от времени.

Дискретные и непрерывные модели. Дискретные модели изменяют состояние переменных скачком, потому что не имеют детального описания связи причин и следствий, часть процесса скрыта от исследователя. Непрерывные модели более точны, содержат в себе информацию о деталях перехода.

Детерминированные и стохастические модели. Если следствие точно определено причиной, то модель представляет процесс детерминировано. Если из-за неизученности деталей не удаётся описать точно связь причин и следствий, а возможно только описание в целом, статистически (что часто и бывает для сложных систем), то модель строится с использованием понятия вероятности.

Распределённые, структурные, сосредоточенные модели. Если параметр, описывающий свойство объекта, в любых его точках имеет одинаковое значение (хотя может меняться во времени!), то это система с сосредоточенными параметрами. Если параметр принимает разные значения в разных точках объекта, то говорят, что он распределён, а модель, описывающая объект, — распределённая. Иногда модель копирует структуру объекта, но параметры объекта сосредоточенны, тогда модель — структурная.

Функциональные и объектные модели. Если описание идёт с точки зрения поведения, то модель построена по функциональному признаку. Если описание каждого объекта отделено от описания другого объекта, если описываются свойства объекта, из которых вытекает его поведение, то модель является объектно-ориентированной.



**Классификация систем массового обслуживания.**

Моделирование систем массового обслуживания

Большой класс систем, которые сложно изучить аналитическими способами, но которые хорошо изучаются методами статистического моделирования, сводится к системам массового обслуживания (СМО).

В СМО подразумевается, что есть типовые пути (каналы обслуживания), через которые в процессе обработки проходят заявки. Принято говорить, что заявки обслуживаются каналами. Каналы могут быть разными по назначению, характеристикам, они могут сочетаться в разных комбинациях; заявки могут находиться в очередях и ожидать обслуживания. Часть заявок может быть обслужена каналами, а части могут отказать в этом. Важно, что заявки, с точки зрения системы, абстрактны: это то, что желает обслужиться, то есть пройти определенный путь в системе. Каналы являются также абстракцией: это то, что обслуживает заявки.

Заявки могут приходить неравномерно, каналы могут обслуживать разные заявки за разное время и так далее, количество заявок всегда весьма велико. Все это делает такие системы сложными для изучения и управления, и проследить все причинно-следственные связи в них не представляется возможным. Поэтому принято представление о том, что обслуживание в сложных системах носит случайный характер.

Каналы — то, что обслуживает; бывают горячие (начинают обслуживать заявку в момент ее поступления в канал) и холодные (каналу для начала обслуживания требуется время на подготовку). Источники заявок — порождают заявки в случайные моменты времени, согласно заданному пользователем статистическому закону. Заявки, они же клиенты, входят в систему (порождаются источниками заявок), проходят через ее элементы (обслуживаются), покидают ее обслуженными или неудовлетворенными. Бывают нетерпеливые заявки — такие, которым надоело ожидать или находиться в системе и которые покидают по собственной воле СМО. Заявки образуют потоки — поток заявок на входе системы, поток обслуженных заявок, поток отказанных заявок. Поток характеризуется количеством заявок определенного сорта, наблюдаемым в некотором месте СМО за единицу времени (час, сутки, месяц), то есть поток есть величина статистическая.

Очереди характеризуются правилами стояния в очереди (дисциплиной обслуживания), количеством мест в очереди (сколько клиентов максимум может находиться в очереди), структурой очереди (связь между местами в очереди). Бывают ограниченные и неограниченные очереди. Перечислим важнейшие дисциплины обслуживания. FIFO (First In, First Out — первым пришел, первым ушел): если заявка первой пришла в очередь, то она первой уйдет на обслуживание. LIFO (Last In, First Out — последним пришел, первым ушел): если заявка последней пришла в очередь, то она первой уйдет на обслуживание (пример — патроны в рожке автомата). SF (Short Forward — короткие вперед): в первую очередь обслуживаются те заявки из очереди, которые имеют меньшее время обслуживания.

Используется трех -, четырех -, шести – компонентное символическое обозначение системы массового обслуживания, предложенное Кендаллом (Candall) и развитое в работах Г.П.Барашина.

a/b/c :d/e/f

a – распределение поступающего потока запросов.

b – закон распределения времени обслуживания.

Типовые условные обозначения:

М – экспоненциальное (Марковское) распределение,

D – детерминированное распределение,

Ek – эрланговское распределение k-го порядка,

HMk – гиперэкспоненциальное,

HEk – гиперэрланговское распределение порядка k,

GI – произвольное распределение независимых промежутков между заявками,

G – произвольное распределение длительностей обслуживания.

c – структура системы обслуживания (обычно число серверов).

d – дисциплина обслуживания (параметры после двоеточия иногда опускают).

Обычно используется сокращенное символическое обозначение, например FF вместо FIFO, LF, PR и т.п.

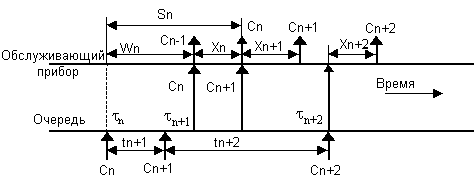
e – максимальное число запросов, воспринимаемое системой, может употребляться символ ∞.

f – максимальное число запросов к системе обслуживания.

В некоторых публикациях последними символами отражают качественные характеристики системы обслуживания. Некоторые общие результаты и основы математического аппарата, необходимого для анализа можно получить, рассматривая системы G/G/m.

Формула Литтла (Little).

Рассмотрим временную диаграмму работы системы массового обслуживания (рис. 1), отразив на ней последовательность поступления требований, помещение требований в очередь и обработки серверами системы.



Временная диаграмма работы системы массового обслуживания.

В общем случае ясно, что с увеличением числа требований растет время ожидания. Установим соотношение между средним числом требований в системе, интенсивностью потока и среднего времени пребывания в системе. Обозначим число поступающих в промежутке времени *(0 , t)* требований как функцию времени ***α(t).***

Число исходящих из системы заявок (обслуженных) на этом интервале обозначим ***δ(t).*** На рисунке показаны примеры функциональных зависимостей этих двух случайных процессов от времени.

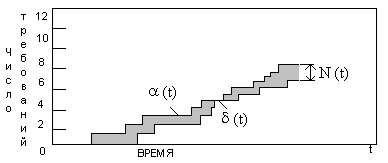


Рис. 2 Зависимость между средним числом требований в системе, интенсивностью потока и средним времени пребывания в системе.

Число требований, находящихся в системе в момент t будет равно:

.

Площадь между двумя рассматриваемыми кривыми от 0 до t - дает общее время, проведенное всеми заявками в системе за время t.

Обозначим эту накопленную величину γ(t) . Если интенсивность входного потока равна λ, а средняя интенсивность за время t: ,то время, проведенное одной заявкой в системе, усредненное по всем заявкам будет равно:

.

Наконец, определим среднее число требований в системе в промежутке (0,t): .

Из последних трех уравнений следует, что: , (где ).

Если в СМО существует стационарный режим, то при t→ ∞ , будут иметь место соотношения:





Последнее соотношение означает, что среднее число заявок в системе равно произведению интенсивности поступления требований в систему на среднее время пребывания в системе. При этом не накладывается никаких ограничений на распределения входного потока и времени обслуживания. Впервые доказательство этого факта дал Дж.Литтл и это соотношение носит название **формула Литтла.**

Интересно, что в качестве СМО можно рассмотреть только очередь из заявок в буфере. Тогда формула Литтла приобретает иной смысл - средняя длина очереди равна произведению интенсивности входного потока заявок на среднее время ожидания в очереди: .

Если наоборот рассматривать СМО только как серверы, то формула Литтла дает:

,

где  – среднее число заявок в серверах, а ****– среднее время обработки в сервере.

В любом случае: .

Одним из основных параметров, которые используются при описании СМО, является **коэффициент использования (utilization factor)**. Это фундаментальный параметр, так как он определяется как отношение интенсивности входного потока к пропускной способности системы. Поскольку пропускная способность СМО содержащей m серверов может быть определена как: , то коэффициент использования может быть определен как:

.

Нетрудно видеть, что коэффициент использования равен в точности интенсивности нагрузки, если СМО с одним сервером и в m раз меньше для систем с m серверами. Величина коэффициента использования равна среднему значению от доли занятых серверов и .

Если в СМО типа **G/G/1** существует стационарный режим и можно определить вероятность того, что в некоторый случайный момент сервер будет свободный, то

.